

# Formelsammlung

für die standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung (SRP)

## Mathematik (AHS)

# Inhaltsverzeichnis

---

| Kapitel                                  | Seite |
|--|-------|
| 1 Mengen                                 | 3     |
| 2 Vorsilben                              | 3     |
| 3 Potenzen                               | 3     |
| 4 Logarithmen                            | 4     |
| 5 Quadratische Gleichungen               | 4     |
| 6 Ebene Figuren                          | 5     |
| 7 Körper                                 | 6     |
| 8 Trigonometrie                          | 6     |
| 9 Vektoren                               | 7     |
| 10 Geraden                               | 8     |
| 11 Änderungsmaße                         | 8     |
| 12 Ableitung und Integral                | 9     |
| 13 Statistik                             | 9     |
| 14 Wahrscheinlichkeit                    | 10    |
| 15 Größen und ihre Einheiten             | 12    |
| 16 Physikalische Größen und Definitionen | 13    |
| 17 Finanzmathematische Grundlagen        | 13    |
| Index                                    | 14    |

# 1 Mengen

|             |                           |
|-------------|---------------------------|
| $\in$       | ist Element von ...       |
| $\notin$    | ist nicht Element von ... |
| $\cap$      | Durchschnitt(smenge)      |
| $\cup$      | Vereinigung(smenge)       |
| $\subset$   | echte Teilmenge           |
| $\subseteq$ | Teilmenge                 |
| $\setminus$ | Differenzmenge („ohne“)   |
| $\{\}$      | leere Menge               |

## Zahlenmengen

|                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ | natürliche Zahlen               |
| $\mathbb{Z}$                      | ganze Zahlen                    |
| $\mathbb{Q}$                      | rationale Zahlen                |
| $\mathbb{R}$                      | reelle Zahlen                   |
| $\mathbb{C}$                      | komplexe Zahlen                 |
| $\mathbb{R}^+$                    | positive reelle Zahlen          |
| $\mathbb{R}_0^+$                  | positive reelle Zahlen mit Null |

## 2 Vorsilben

|        |    |           |        |       |            |
|--------|----|-----------|--------|-------|------------|
| Tera-  | T  | $10^{12}$ | Dezi-  | d     | $10^{-1}$  |
| Giga-  | G  | $10^9$    | Zenti- | c     | $10^{-2}$  |
| Mega-  | M  | $10^6$    | Milli- | m     | $10^{-3}$  |
| Kilo-  | k  | $10^3$    | Mikro- | $\mu$ | $10^{-6}$  |
| Hekto- | h  | $10^2$    | Nano-  | n     | $10^{-9}$  |
| Deka-  | da | $10^1$    | Pico-  | p     | $10^{-12}$ |

## 3 Potenzen

### Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

$$a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \qquad a^1 = a \qquad a^0 = 1 \qquad a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

### Potenzen mit rationalen Exponenten (Wurzeln)

$$a, b \in \mathbb{R}_0^+; n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \text{ mit } n \geq 2$$

$$a = \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a^n = b \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \qquad a^{-\frac{k}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}} \text{ mit } a > 0$$

## Rechenregeln

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; r, s \in \mathbb{Z}$   
bzw.  $a, b \in \mathbb{R}^+; r, s \in \mathbb{Q}$

$a, b \in \mathbb{R}_0^+; m, n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  mit  $m, n \geq 2$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

## Binomische Formeln

$a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

$$(a - b)^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

## 4 Logarithmen

$a, b, c \in \mathbb{R}^+$  mit  $a \neq 1$ ;  $x, r \in \mathbb{R}$

$$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c) \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c) \quad \log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$$

$$\log_a(a^x) = x \quad \log_a(a) = 1 \quad \log_a(1) = 0 \quad \log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$$

natürlicher Logarithmus (Logarithmus zur Basis  $e$ ):  $\ln(b) = \log_e(b)$

dekadischer Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10):  $\lg(b) = \log_{10}(b)$

## 5 Quadratische Gleichungen

$p, q \in \mathbb{R}$

$a, b, c \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0$

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

### Satz von Vieta

$x_1$  und  $x_2$  sind genau dann die Lösungen der Gleichung  $x^2 + p \cdot x + q = 0$ , wenn gilt:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Zerlegung in Linearfaktoren:

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

# 6 Ebene Figuren

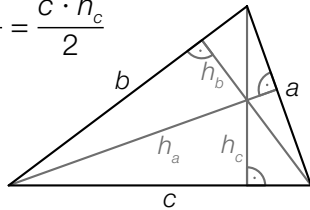
A ... Flächeninhalt  
u ... Umfang

## Dreieck

$$u = a + b + c$$

Allgemeines Dreieck

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

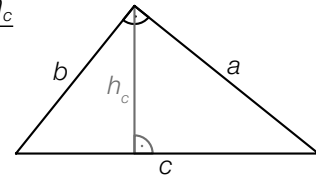


Heron'sche Flächenformel

$$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)} \text{ mit } s = \frac{a + b + c}{2}$$

Rechtwinkeliges Dreieck  
mit Hypotenuse c und Katheten a, b

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Satz des Pythagoras

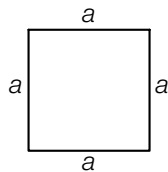
$$a^2 + b^2 = c^2$$

## Viereck

Quadrat

$$A = a^2$$

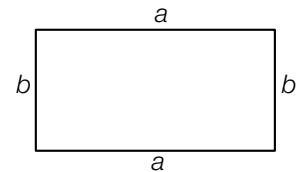
$$u = 4 \cdot a$$



Rechteck

$$A = a \cdot b$$

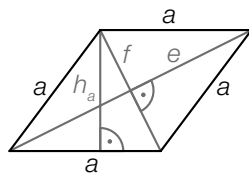
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Raute (Rhombus)

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

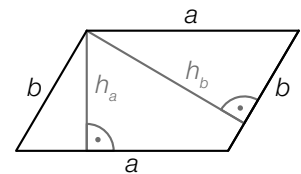
$$u = 4 \cdot a$$



Parallelogramm

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

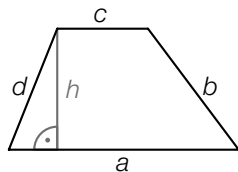
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Trapez

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

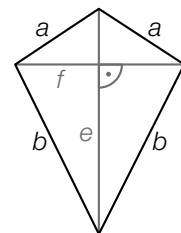
$$u = a + b + c + d$$



Deltoid

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

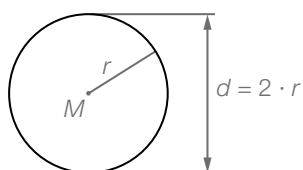
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



## Kreis

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

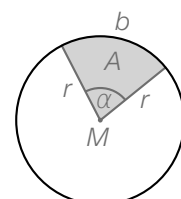


Kreisbogen und Kreissektor

$\alpha$  im Gradmaß ( $^\circ$ )

$$b = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{b \cdot r}{2}$$



# 7 Körper

$V$  ... Volumen  
 $O$  ... Inhalt der Oberfläche  
 $G$  ... Inhalt der Grundfläche

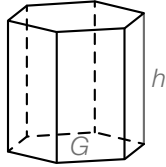
$M$  ... Inhalt der Mantelfläche  
 $u_G$  ... Umfang der Grundfläche

## Prisma

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$



## Drehzylinder

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

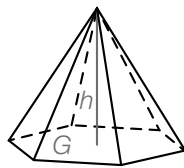
$$O = 2 \cdot G + M$$



## Pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$O = G + M$$

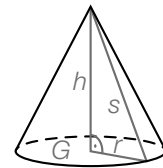


## Drehkegel

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

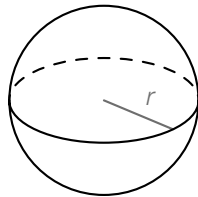
$$O = G + M$$



## Kugel

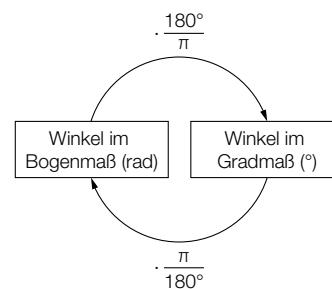
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



# 8 Trigonometrie

## Umrechnung zwischen Gradmaß und Bogenmaß

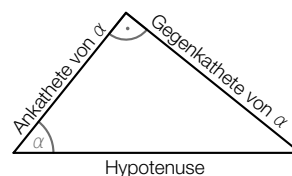


## Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Sinus:  $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Cosinus:  $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

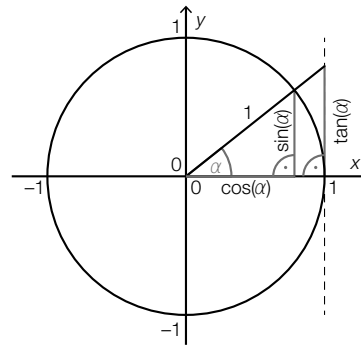
Tangens:  $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$



## Trigonometrie im Einheitskreis

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad \text{für } \cos(\alpha) \neq 0$$



## 9 Vektoren

$P, Q \dots$  Punkte

### Vektoren in $\mathbb{R}^2$

Pfeil von  $P$  nach  $Q$ :

$$P = (p_1 | p_2), Q = (q_1 | q_2)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

### Rechenregeln in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

### Skalarprodukt in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

### Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^2$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

### Normalvektoren zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{n} = k \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{und } |\vec{a}| \neq 0$$

### Orthogonalitätskriterium in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \quad \text{mit } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

### Vektoren in $\mathbb{R}^n$

Pfeil von  $P$  nach  $Q$ :

$$P = (p_1 | p_2 | \dots | p_n), Q = (q_1 | q_2 | \dots | q_n)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ \vdots \\ q_n - p_n \end{pmatrix}$$

### Rechenregeln in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ \vdots \\ a_n \pm b_n \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ \vdots \\ k \cdot a_n \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

### Skalarprodukt in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

### Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^n$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

### Winkel $\varphi$ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad \text{mit } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

### Parallelitätskriterium in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k \cdot \vec{b} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ \text{und } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

## 10 Geraden

---

|                |   |
|----------------|---|
| $g$ ... Gerade | $\vec{g}$ ... ein Richtungsvektor der Geraden $g$ |
|                | $\vec{n}$ ... ein Normalvektor der Geraden $g$    |
|                | $X, P$ ... Punkte auf der Geraden $g$             |
|                | $k$ ... Steigung der Geraden $g$                  |
|                | $\alpha$ ... Steigungswinkel der Geraden $g$      |
|                | $a, b, c, k, d \in \mathbb{R}$                    |

### Parameterdarstellung einer Geraden $g$ in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$g: X = P + t \cdot \vec{g} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

### Gleichung einer Geraden $g$ in $\mathbb{R}^2$

explizite Form der Geradengleichung:  $g: y = k \cdot x + d$  dabei gilt  $k = \tan(\alpha)$

allgemeine Geradengleichung:  $g: a \cdot x + b \cdot y = c$

Normalvektordarstellung:  $g: \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$

dabei gilt  $\vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  für  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 11 Änderungsmaße

---

Für eine auf einem Intervall  $[a; b]$  definierte reelle Funktion  $f$  gilt:

### Absolute Änderung von $f$ in $[a; b]$

$$f(b) - f(a)$$

### Relative (prozentuale) Änderung von $f$ in $[a; b]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)} \text{ mit } f(a) \neq 0$$

### Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) von $f$ in $[a; b]$ bzw. $[x; x + \Delta x]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ bzw. } \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ mit } b \neq a \text{ bzw. } \Delta x \neq 0$$

### Differenzialquotient (lokale bzw. „momentane“ Änderungsrate) von $f$ an der Stelle $x$

$$f'(x) = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} \text{ bzw. } f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



## 12 Ableitung und Integral

$f, g, h \dots$  auf ganz  $\mathbb{R}$  oder in einem Intervall definierte differenzierbare Funktionen  
 $f'$  ... Ableitungsfunktion von  $f$                        $F$  ... Stammfunktion von  $f$   
 $g'$  ... Ableitungsfunktion von  $g$                        $G$  ... Stammfunktion von  $g$   
 $h'$  ... Ableitungsfunktion von  $h$                        $H$  ... Stammfunktion von  $h$   
 $C, k, q \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

### Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C \text{ mit } F' = f$$

### Bestimmtes Integral

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

#### Funktion

#### Ableitungsfunktion

#### Stammfunktion

$$f(x) = k$$

$$f'(x) = 0$$

$$F(x) = k \cdot x$$

$$f(x) = x^q$$

$$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$$

$$F(x) = \frac{x^{q+1}}{q+1} \text{ für } q \neq -1$$

$$F(x) = \ln(|x|) \text{ für } q = -1$$

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

$$F(x) = e^x$$

$$f(x) = a^x$$

$$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$$

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)}$$

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

$$F(x) = -\cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f'(x) = -\sin(x)$$

$$F(x) = \sin(x)$$

$$g(x) = k \cdot f(x)$$

$$g'(x) = k \cdot f'(x)$$

$$G(x) = k \cdot F(x)$$

$$h(x) = f(x) \pm g(x)$$

$$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$H(x) = F(x) \pm G(x)$$

$$g(x) = f(k \cdot x)$$

$$g'(x) = k \cdot f'(k \cdot x)$$

$$G(x) = \frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x)$$

## 13 Statistik

$x_1, x_2, \dots, x_n \dots$  eine Liste von  $n$  reellen Zahlen  
 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  ... geordnete Liste mit  $n$  Werten

### Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

### Median

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \dots \text{ für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \cdot (x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}) & \dots \text{ für } n \text{ gerade} \end{cases}$$

### Streuungsmaße

$s^2$  ... (empirische) Varianz einer Datenliste  
 $s$  ... (empirische) Standardabweichung einer Datenliste

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Wenn aus einer Stichprobe vom Umfang  $n$  die Varianz einer Grundgesamtheit geschätzt werden soll:

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

# 14 Wahrscheinlichkeit

$$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}; k \in \mathbb{N} \text{ mit } k \leq n$$

$A, B \dots$  Ereignisse

$\neg A$  bzw.  $\bar{A}$  ... Gegenereignis von  $A$

$A \wedge B$  bzw.  $A \cap B$  ...  $A$  und  $B$  (sowohl das Ereignis  $A$  als auch das Ereignis  $B$  treten ein)

$A \vee B$  bzw.  $A \cup B$  ...  $A$  oder  $B$  (mindestens eines der beiden Ereignisse  $A$  und  $B$  tritt ein)

$P(A)$  ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses  $A$

$P(A|B)$  ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses  $A$  unter der Voraussetzung, dass  $B$  eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit)

Fakultät (Faktorielle)

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

## Wahrscheinlichkeit bei einem Laplace-Versuch

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Ausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Ausgänge}}$$

## Elementare Regeln

$$P(\neg A) = 1 - P(A)$$

$$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$  ... wenn  $A$  und  $B$  (stochastisch) unabhängig voneinander sind

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

$P(A \vee B) = P(A) + P(B)$  ... wenn  $A$  und  $B$  unvereinbar sind

## Erwartungswert $\mu$ einer diskreten Zufallsvariablen $X$ mit den Werten $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\mu = E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

## Varianz $\sigma^2$ einer diskreten Zufallsvariablen $X$ mit den Werten $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\sigma^2 = V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

## Standardabweichung $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

## Binomialverteilung

$$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}; k \in \mathbb{N}; p \in \mathbb{R} \text{ mit } k \leq n \text{ und } 0 \leq p \leq 1$$

Zufallsvariable  $X$  ist binomialverteilt mit den Parametern  $n$  und  $p$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = \mu = n \cdot p$$

$$V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$$

## Normalverteilung

$\mu, \sigma \in \mathbb{R}$  mit  $\sigma > 0$

$f$  ... Dichtefunktion

$\varphi$  ... Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

$\Phi$  ... Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

Normalverteilung  $N(\mu; \sigma^2)$ : Zufallsvariable  $X$  ist normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$  bzw. der Varianz  $\sigma^2$

$$P(X \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Wahrscheinlichkeiten für  $\sigma$ -Umgebungen

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$$

$$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954$$

$$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0,997$$

Standardnormalverteilung  $N(0; 1)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \varphi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

$$P(-z \leq Z \leq z) = 2 \cdot \Phi(z) - 1$$

|                       |                 |                 |                 |
|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $P(-z \leq Z \leq z)$ | = 90 %          | = 95 %          | = 99 %          |
| $z$                   | $\approx 1,645$ | $\approx 1,960$ | $\approx 2,576$ |

## Konfidenzintervall

$h$  ... relative Häufigkeit in einer Stichprobe

$p$  ... unbekannter relativer Anteil in der Grundgesamtheit

$\gamma$  ... Konfidenzniveau (Vertrauensniveau)

$\gamma$ -Konfidenzintervall für  $p$  (diejenigen Werte  $p$ , in deren  $\gamma$ -Schätzbereich der Wert  $h$  liegt):

$$\left[ h - z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}; h + z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}} \right], \text{ wobei für } z \text{ gilt: } \gamma = 2 \cdot \Phi(z) - 1$$

## 15 Größen und ihre Einheiten

| Größe                       | Einheit                     | Symbol                    | Beziehung   |
|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|---|
| Temperatur                  | Grad Celsius<br>bzw. Kelvin | $^{\circ}\text{C}$<br>K   | $\Delta t = \Delta T$   |
| Frequenz                    | Hertz                       | Hz                        | $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$   |
| Energie, Arbeit, Wärmemenge | Joule                       | J                         | $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$   |
| Kraft                       | Newton                      | N                         | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$   |
| Drehmoment                  | Newtonmeter                 | $\text{N} \cdot \text{m}$ | $1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$  |
| elektrischer Widerstand     | Ohm                         | $\Omega$                  | $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$<br>$= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-3}$         |
| Druck                       | Pascal                      | Pa                        | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$<br>$= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$                      |
| elektrische Stromstärke     | Ampere                      | A                         | $1 \text{ A} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$   |
| elektrische Spannung        | Volt                        | V                         | $1 \text{ V} = 1 \cdot \text{J} \cdot \text{C}^{-1}$<br>$= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$ |
| Leistung                    | Watt                        | W                         | $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$<br>$= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$                          |

## 16 Physikalische Größen und Definitionen

|  |   |   |                         |
|--|---|---|-------------------------|
| Dichte   | $\rho = \frac{m}{V}$  |   |                         |
| Leistung                                       | $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ | $P = \frac{dW}{dt}$                     |                         |
| Kraft  | $F = m \cdot a$   |   |                         |
| Arbeit   | $W = F \cdot s$   |   |                         |
|  | $W = \int F(s) ds$  | $F = \frac{dW}{ds}$                     |                         |
| kinetische Energie                             | $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$            |   |                         |
| potenzielle Energie                            | $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$                        |   |                         |
| gleichförmige geradlinige Bewegung             | $v = \frac{s}{t}$   | $v = \frac{ds}{dt}$                     | $v(t) = s'(t)$          |
| gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung | $v = a \cdot t + v_0$                                       | $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ | $a(t) = v'(t) = s''(t)$ |

## 17 Finanzmathematische Grundlagen

### Zinseszinsrechnung

$K_0$  ... Anfangskapital  
 $K_n$  ... Endkapital  
 $p$  ... Jahreszinssatz in Prozent

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n \text{ mit } i = \frac{p}{100}$$

### Kosten-Preis-Theorie

$x$  ... produzierte, angebotene, nachgefragte bzw. verkaufte Menge ( $x \geq 0$ )

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| variable Kosten                 | $K_v(x)$   |
| Fixkosten                       | $K_f$  |
| (Gesamt-)Kosten                 | $K(x) = K_v(x) + K_f$  |
| Grenzkosten                     | $K'(x)$  |
| Nachfragepreis                  | $p(x)$   |
| Erlös/Ertrag                    | $E(x) = p(x) \cdot x$  |
| Grenzerlös                      | $E'(x)$  |
| Gewinn                          | $G(x) = E(x) - K(x)$   |
| Grenzwinn                       | $G'(x)$  |
| Break-even-Point/Gewinnschwelle | $E(x) = K(x)$ ... bei (erster) Nullstelle $x$ der Gewinnfunktion |

# Index

---

## A

Ableitung 9  
Ableitungsfunktion 9  
absolute Änderung 8  
allgemeines Dreieck 5  
Ampere 12  
Änderungsmaße 8  
Änderungsrate 8  
Anfangskapital 13  
Ankathete 6  
Arbeit 12, 13  
arithmetisches Mittel 9

## B

bedingte Wahrscheinlichkeit 10  
bestimmtes Integral 9  
Betrag eines Vektors 7  
Binomialkoeffizient 10  
Binomialverteilung 10  
binomische Formeln 4  
Bogenmaß 6  
Break-even-Point 13

## C

Celsius 12  
Cosinus 6

## D

Deka- 3  
dekadischer Logarithmus 4  
Deltoid 5  
Dezi- 3  
Dichte 13  
Dichtefunktion 11  
Differenzenquotient 8  
Differenzialquotient 8  
Differenzmenge 3  
diskrete Zufallsvariable 10  
Drehkegel 6  
Drehmoment 12  
Drehzylinder 6  
Dreieck 5  
Druck 12  
Durchschnitt(smenge) 3

## E

ebene Figuren 5  
echte Teilmenge 3  
Einheiten 12  
Einheitskreis 7  
elektrische Spannung 12  
elektrische Stromstärke 12  
elektrischer Widerstand 12  
Element 3  
empirische Standard-  
abweichung 9  
empirische Varianz 9

Endkapital 13  
Energie 12, 13  
Ereignisse 10  
Erlös 13  
Ertrag 13  
Erwartungswert 10  
Exponent 3

## F

Faktorielle 10  
Fakultät 10  
Finanzmathematik 13  
Fixkosten 13  
Flächeninhalt 5  
Frequenz 12

## G

ganze Zahlen 3  
Gegenereignis 10  
Gegenkathete 6  
Geraden 8  
Geradengleichung 8  
Gesamtkosten 13  
Gewinn 13  
Gewinnschwelle 13  
Giga- 3  
gleichförmige geradlinige  
Bewegung 13  
gleichmäßig beschleunigte  
geradlinige Bewegung 13  
Grad Celsius 12  
Gradmaß 6  
Grenzerlös 13  
Grenzwert 13  
Grenzkosten 13  
Größen 12  
Grundfläche 6

## H

Hekto- 3  
Heron'sche Flächenformel 5  
Hertz 12  
Hypotenuse 5

## I

Integral 9

## J

Jahreszinssatz 13  
Joule 12

## K

Kathete 5  
Kelvin 12  
Kilo- 3  
kinetische Energie 13  
komplexe Zahlen 3

Konfidenzintervall 11  
Konfidenzniveau 11  
Körper 6  
Kosten 13  
Kosten-Preis-Theorie 13  
Kraft 12, 13  
Kreis 5  
Kreisbogen 5  
Kreissektor 5  
Kugel 6

## L

Laplace-Versuch 10  
leere Menge 3  
Leistung 12, 13  
Linearfaktoren 4  
Logarithmen 4  
lokale Änderungsrate 8

## M

Mantelfläche 6  
Median 9  
Mega- 3  
Mengen 3  
Mikro- 3  
Milli- 3  
mittlere Änderungsrate 8  
momentane Änderungsrate 8

## N

Nachfragepreis 13  
Nano- 3  
natürliche Zahlen 3  
natürlicher Logarithmus 4  
Newton 12  
Newtonmeter 12  
Normalvektor 7, 8  
Normalvektordarstellung 8  
Normalverteilung 11

## O

Oberfläche 6  
Ohm 12  
Orthogonalitätskriterium 7

## P

Parallelitätskriterium 7  
Parallelogramm 5  
Parameterdarstellung 8  
Pascal 12  
physikalische Größen 13  
Pico- 3  
Potenzen 3  
potenzielle Energie 13  
Prisma 6  
prozentuelle Änderung 8  
Pyramide 6

**Q**

Quadrat 5  
quadratische Gleichungen 4

**R**

rationale Zahlen 3  
Raute 5  
Rechenregeln 4  
Rechteck 5  
rechtwinkeliges Dreieck 5, 6  
reelle Zahlen 3  
relative Änderung 8  
relative Häufigkeit 11  
Rhombus 5  
Richtungsvektor 8

**S**

Satz des Pythagoras 5  
Satz von Vieta 4  
Sigma-Umgebungen 11  
Sinus 6  
Skalarprodukt 7  
Spannung 12  
Stammfunktion 9  
Standardabweichung 9, 10  
Standardnormalverteilung 11  
Statistik 9  
Steigung 8  
Steigungswinkel 8  
Stichprobe 9  
Streuungsmaße 9  
Stromstärke 12

**T**

Tangens 6  
Teilmenge 3  
Temperatur 12  
Tera- 3  
Trapez 5  
Trigonometrie 6, 7

**U**

Umfang 5, 6  
unbestimmtes Integral 9

**V**

variable Kosten 13  
Varianz 9, 10  
Vektoren 7  
Vereinigung(smengen) 3  
Verteilungsfunktion 11  
Vertrauensniveau 11  
Viereck 5  
Volt 12  
Volumen 6  
Vorsilben 3

**W**

Wahrscheinlichkeit 10  
Wärmemenge 12  
Watt 12  
Widerstand 12  
Winkel 6  
Winkel zwischen Vektoren 7  
Wurzeln 3

**Z**

Zahlenmengen 3  
Zenti- 3  
Zinseszinsrechnung 13  
Zufallsvariable 10

$\sigma$ -Umgebungen 11