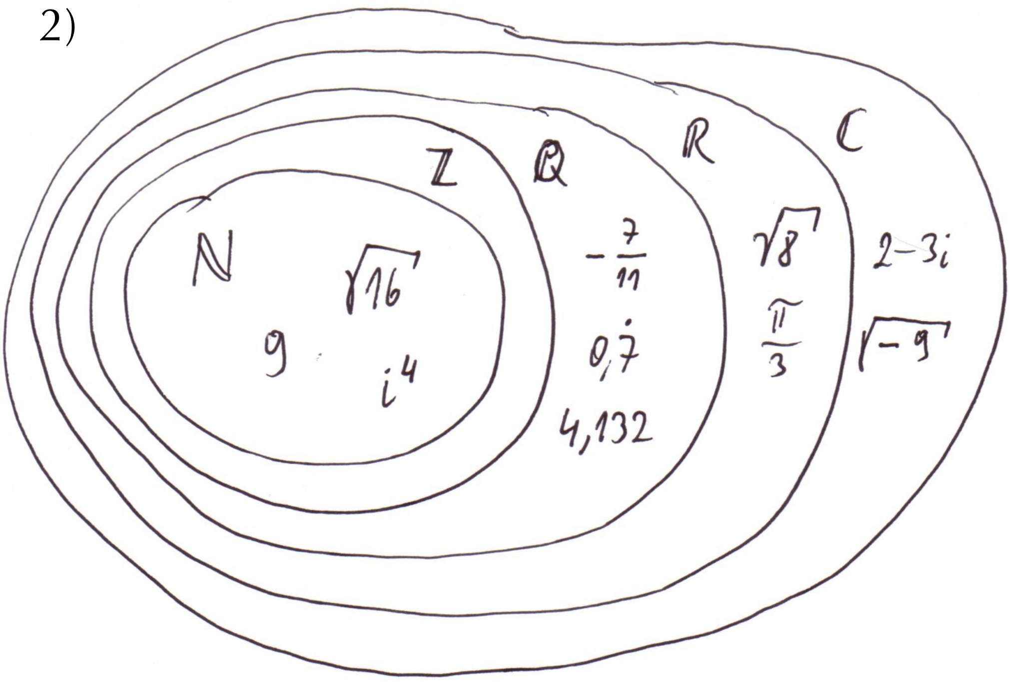
4. Schularbeit — Gruppe B — 7B

1. **Kreuze an!** (Mehrfachnennungen möglich) [4 Punkte]

Ganze Zahlen	Reelle Zahlen
☒ sind immer als Bruch darstellbar ☐ sind manchmal als Bruch darstellbar ☐ sind nie als Bruch darstellbar	☐ sind immer als Bruch darstellbar ☒ sind manchmal als Bruch darstellbar ☐ sind nie als Bruch darstellbar
☒ haben endlich viele Dezimalstellen ☐ haben unendlich viele Dezimalstellen	☒ haben endlich viele Dezimalstellen ☒ haben unendlich viele Dezimalstellen
☒ sind periodisch ☐ sind nicht periodisch	☒ sind periodisch ☒ sind nicht periodisch
☒ enthalten auch einige reelle Zahlen ☐ enthalten auch einige irrationale Zahlen ☒ enthalten auch einige komplexe Zahlen	☒ enthalten auch einige reelle Zahlen ☒ enthalten auch einige irrationale Zahlen ☒ enthalten auch einige komplexe Zahlen

2)



(B)

3 a) $x^2 - 6x + 25 = 0$ $\quad x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-25} = 3 \pm \sqrt{-16} = \underline{\underline{3 \pm 4i}}$

b) $2x^2 - 10x + 17 = 0$ $\quad x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-136}}{4} = \frac{10 \pm \sqrt{-36}}{4} = \frac{10 \pm 6i}{4}$

$$\underline{\underline{x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} i}}$$

4) a) $(3-5i)^2 \cdot 2i = (9 - 30i \underbrace{+ 25i^2}_{=-25}) \cdot 2i = (-16-30i)2i = -32i - 60i^2 = \underline{\underline{60-32i}}$

b) $(5+4i) \cdot 3i - (4-2i) \cdot i = 15i - 12 - 4i - 2 = \underline{\underline{-14+11i}}$

5 a) $\frac{6-i}{2+3i} = \frac{(6-i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{12-2i-18i-3}{4+9} = \frac{9-20i}{13} = \underline{\underline{\frac{9}{13} - \frac{20}{13} i}}$

b) $\frac{1}{4+i} = \frac{4-i}{(4+i)(4-i)} = \frac{4-i}{16+1} = \underline{\underline{\frac{4}{17} - \frac{1}{17} i}}$

6) $i^0 = 1$
$i^1 = i$
$i^2 = -1$
$i^3 = -1 \cdot i = -i$
$i^4 = -i \cdot i = -(-1) = 1$
$i^5 = i$
$i^6 = -1$
$i^7 = -i$
$i^8 = 1$
$i^9 = i$
$i^{10} = -1$
$i^{11} = -i$
$i^{12} = 1$

Wenn n ein Vielfaches von 4 ist, ist $i^n = 1$.

Danach kommt immer i, -1 und $-i$.

Da $i^{40} = 1$, muss gelten:

$\underline{\underline{i^{39} = -i}}$

B

7) g S m Z ; $n = 5$; $k = 4$ $\quad \underline{\underline{5^4 = 625}}$

Es sind 625 Zahlen möglich.

---

8) g S o Z ; $n = 200$; $k = 5$ $\quad \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{200!}{195!} = 3{,}04 \cdot 10^{11} = 304 \cdot 10^9$

Es sind ca. 304 Milliarden Variationen möglich.

---

9) Mindestens 1 ... Gegenteil = gar kein Band dabei : u S o Z

$a = \binom{40}{7} = 18643560$

$g = \binom{37}{7} = 10295472$

$P(\text{kein Band}) = \frac{g}{a} = 0{,}5522 = P'$

$P(H \geq 1) = 1 - P' = \underline{0{,}4478}$

Die Wahrscheinlichkeit, mindestens 1 Band zu erwischen, beträgt ca. 45%

---

10 a) Höchstens 1 = 0 oder 1 $\quad n = 4$; $k = 0$ oder 1; $p = \frac{12}{200} = 0{,}06$

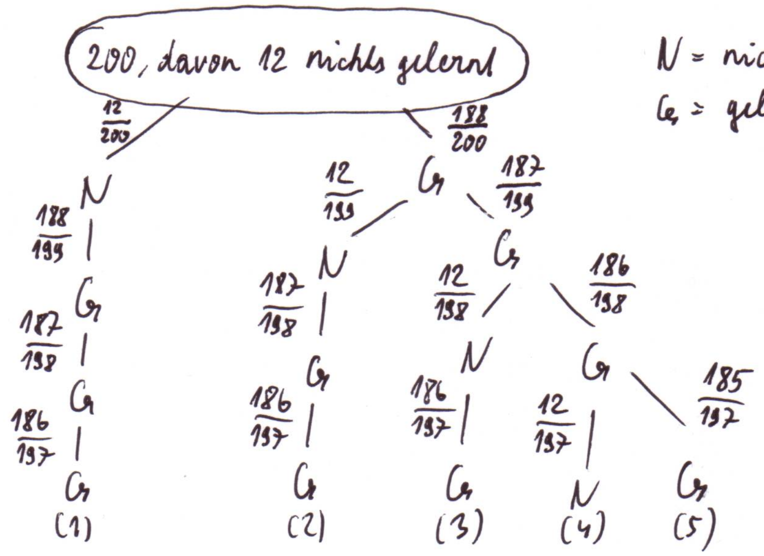
$P(H=0) = \binom{4}{0} \cdot 0{,}06^0 \cdot 0{,}94^4 = 0{,}78075$

$P(H=1) = \binom{4}{1} \cdot 0{,}06^1 \cdot 0{,}94^3 = 0{,}19934$

$\underline{\underline{P(H \leq 1) = 0{,}98009}}$

b)

N = nicht gelernt
G = gelernt



(B)

10 b) Forts. (1) $P_1 = \frac{12 \cdot 188 \cdot 187 \cdot 186}{200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197} = 0{,}05055$

(2) bis (4) enthalten die selben Zahlen $\Rightarrow = P_1$

(5) $P_5 = \frac{188 \cdot 187 \cdot 186 \cdot 185}{200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197} = 0{,}77924$

$$\underline{\underline{P = 4P_1 + P_5 = 0{,}98142}}$$

c) $a = \binom{200}{4} = 64684950$

0 werden erwischt: $g_0 = \binom{188}{4} = 50404915$

1 wird erwischt: kann 1 von 12 sein $\rightarrow$ 12 Möglichkeiten.
Für die restlichen 3 gibt es $\binom{188}{3}$ Möglichkeiten.

$g_1 = 12 \cdot \binom{188}{3} = 13078032$

$P(H \leq 1) = \frac{g_0 + g_1}{a} = \underline{\underline{0{,}98142}}$

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens einen Studierenden zu erwischen, beträgt ca. 98,1%. Das Ergebnis von a) ist auf ca. ±0,2% genau.