

3. Schularbeit**8A****16. März 2007**

1. **Das Viereck ABCD [A(4 | 1 | 0), B(1 | 1 | 3), C, D] mit dem Mittelpunkt M(2 | 3 | 1) ist Grundfläche einer geraden Pyramide mit der Höhe h=6.**
- a) Berechne die Koordinaten der fehlenden Punkte C,D, beide Lösungen für die Spitze S und das Volumen der Pyramide. Stelle fest, welches besondere Viereck in der Grundfläche vorliegt. (Skizze!). [10 Punkte]
- b) Angenommen, man hätte nur die vier Punkte A bis D mit allen Koordinaten gegeben. Wie könnte man beweisen, dass alle 4 in der selben Ebene liegen? Schreibe dazu eine Schritt-für-Schritt-Anleitung in Stichworten (z.B. Vektor AB bilden – Länge von AB berechnen – ...). *Dieses Beispiel muss nicht gerechnet werden!* [4 Punkte]
2. **Gegeben ist das Dreieck ABC [A(-5|1), B(5|-9), C(1|9)].**
Berechne die Länge der Höhe durch C und die Fläche des Dreiecks. [10 Punkte]
3. **Eine Maschine stellt Stahlstifte her. Die Länge dieser Stifte ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu=6,00\text{cm}$ und der Standardabweichung $\sigma=0,15\text{cm}$.**
- a) Wie viel Prozent Ausschuss sind zu erwarten, wenn die tatsächliche Länge um nicht mehr als $\pm 0,2\text{cm}$ vom Sollwert abweichen darf? [5 Punkte]
- b) Angenommen, die ganze Produktion (inklusive Ausschuss) wird verpackt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Entnahme von 7 Stahlstiften aus einer Packung mit 100 Stück (mindestens) ein Stück entdeckt wird, das um mehr als $0,2\text{cm}$ vom Sollwert abweicht? (Anleitung: Berechne mit dem Ergebnis aus Aufgabe a, wie viele der 100 Stück Ausschuss sein werden.) [5 Punkte]
4. **Laut einer Information des Gesundheitsministeriums waren bei der jetzten Untersuchung 37% aller Frauen Raucherinnen.**
- a) Bei einer Befragung von 1000 Frauen gaben 398 an, dass sie rauchen. Führe einen zweiseitigen Test durch, ob sich der Anteil der Raucherinnen signifikant verändert hat. [5 Punkte]
- b) Wie sieht das Ergebnis aus, wenn man 10000 Frauen befragt, und 3980 (also der selbe Prozentsatz) angeben, Raucherinnen zu sein? [5 Punkte]
- c) Interpretiere die Ergebnisse von a) und b)! Beschreibe den Einfluss, den die Stichprobengröße auf den Erwartungswert und die Streuung hat. Was bedeutet das insbesondere für oft in Medien veröffentlichte Ergebnisse von Blitzumfragen? [4 Punkte]

Wenn du Zeit hast, mach bitte eine Reinschrift!

Insgesamt 48 Punkte	0—23 Nicht genügend	24—30 Genügend	31—38 Befriedigend	39—44 Gut	45—48 Sehr gut
------------------------	------------------------	-------------------	-----------------------	--------------	-------------------

Einige Lösungen (ohne Gewähr!):

1) $S_1 = (6 | 5 | 5)$; $S_2 = (-2 | 1 | -3)$

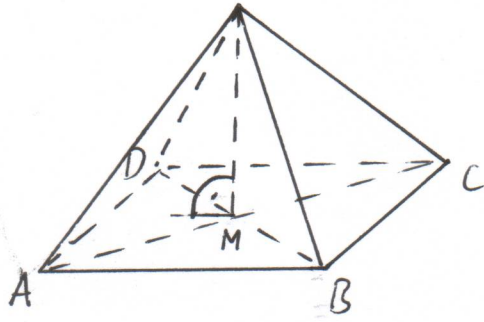
2) $A = 120$

3a) ca. 18,35%

3. Schülerarbeit

①

1) $A(4|1|0)$
 $B(1|1|3)$
 $M(2|3|1)$



a) $\vec{AM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{BM} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$C = M + \vec{AM} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $D = M + \vec{BM} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

$C(0|5|2)$
 $D(3|5|-1)$

$\vec{AM} \times \vec{BM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{n}$

$|\vec{n}| = \sqrt{9} = 3$

$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$	-	$\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$	+	$\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$
↓		↓		↓
-6		-3		-6

$\vec{s}_0 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{s}_6 = \frac{6}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$S_1 = M + \vec{s}_6 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

$S_2 = M - \vec{s}_6 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$S_1(6|5|5)$
 $S_2(-2|1|-3)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \vec{DC}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{18}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{AD}$

$|\vec{BC}| = \sqrt{18}$

$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = 3 - 3 = 0 \Rightarrow \perp$

$\vec{DC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

⇒ Quadrat

$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{18 \cdot 6}{3} = \underline{\underline{36(E^3)}}$

1b) \vec{AB} und \vec{AD} bilden - $\vec{AB} \times \vec{AD}$ berechnen -
 ev. „kürzen“ (Normalv.) - mit diesem Normalvektor und
 einem der Punkte A, B oder D die Ebenengleichung aufstellen -
 C einsetzen - w.A. $\Rightarrow C \in e$

2) A(-5|1) B(5|-9) C(11|9)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} g(AB): x + y &= -4 \\ h(CH): x - y &= 2 \end{aligned} \quad \Bigg] +$$

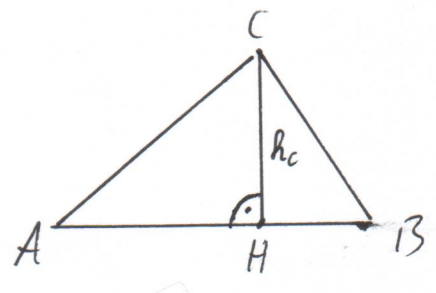
$$\begin{aligned} g \cap h: 2x &= -2 \\ \underline{x = -1} \quad \underline{y = -3} \\ H &= (-1 | -3) \end{aligned}$$

$$|\vec{HC}| = \left| \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{288} = h_c$$

$$|\vec{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{200} = c$$

$$A = c \cdot h_c \cdot \frac{1}{2} = \frac{240}{2}$$

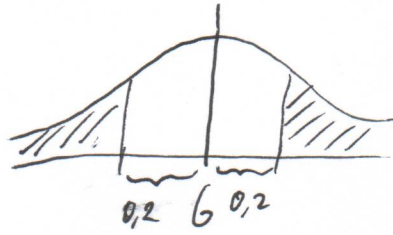
$$\underline{\underline{A = 120 (E^2)}}$$



Anders:

$$\begin{aligned} \text{HNF: } \frac{|x + y + 4|}{\sqrt{2}} &= h_c \\ h_c &= \frac{24}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

3) $\mu = 6 \quad \sigma = 0,15$



a) $\varepsilon = 0,2 = z \cdot 0,15$

$z = 1,3\bar{3}$

$\alpha = 2 \cdot (1 - \Phi(1,33)) = 2 \cdot (1 - 0,90824) = 0,1835 = \underline{\underline{18,35\%}}$

b) 100 Stück, 18 davon Ausschuss, 82 in Ordnung

$P' = \frac{82 \cdot 81 \cdot 80 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 77 \cdot 76}{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96 \cdot 95 \cdot 94} = 0,2375$

$P = 0,7625 = 76,25\%$

4) a) $n = 1000 \quad p = 0,32 \quad q = 0,63$

$\mu = 320 \quad \sigma = 15,27$

$2\Phi(z) - 1 = 0,95$

$\Phi(z) = 0,975 \Rightarrow z = 1,96$

$\varepsilon = 1,96 \cdot 15,27 = 29,9 \Rightarrow x_1 = 340,1; x_2 = 389,9$

Kritischer Bereich: $[0; 340] \cup [400; 1000]$

\Rightarrow keine signifikante Veränderung.

b) $n = 10000 \quad \mu = 3700 \quad \sigma = 48,28$

$\varepsilon = 1,96 \cdot 48,28 = 81,6 \Rightarrow x_1 = 3618,4; x_2 = 3781,5$

Kritischer Bereich: $[0; 3618] \cup [3782; 10000]$

\Rightarrow Anzahl der Raucherinnen hat sich signifikant erhöht.