

Probeschularbeit 8A

1. Unbestimmtes Integral: Berechne

a) $\int x \cdot \sin x \, dx$

b) $\int (x-2)^2 \cdot 5x \cdot dx$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{2x^2+5}} \, dx$ [5 Punkte]

2. Die Funktion $y = x^3 - 5x^2 + ax + 8$ hat bei $x = -1$ eine Nullstelle. Berechne die Fläche zwischen dem Graphen und der x-Achse zwischen von der ersten bis zur letzten Nullstelle von y. [8 Punkte]

3. An die Parabel $x^2 = ay$ mit $a = 6$ wird im Punkt $P(x_p | 6)$ die Tangente gelegt. Das von Parabel, Tangente und y-Achse eingeschlossene Flächenstück rotiert um die y-Achse.

a) Begründe an Hand einer Skizze, wieso es egal ist, welche der beiden Lösungen für x_p verwendet wird. [4 Punkte]

b) Berechne das Volumen des Drehkörpers. [10 Punkte]

c) Berechne das Volumen des Drehkörpers bei Rotation um die y-Achse, der von folgenden Kurven/Linien begrenzt wird:

→ der Parabel

→ der y-Achse

→ der Geraden $y = 6$ [1 Punkt]

d) Zeige: Der Schnittpunkt der Tangente mit der y-Achse ist unabhängig von a in der Parabelgleichung. D.h. man kann für a jede beliebige positive Zahl wählen, ohne dass sich der Schnittpunkt ändert. [4 Punkte]

Insgesamt 32 Punkte	0—15,9 Nicht genügend	16—20,4 Genügend	20,5—25,4 Befriedigend	25,5—29,4 Gut	29,5—32 Sehr gut
------------------------	--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------	---------------------

Lösungen:

1a) $-x \cdot \cos x + \sin x + c$ 1b) $\frac{5x^4}{4} - \frac{20x^3}{3} + 10x^2 + c$ c) $\frac{3\sqrt[3]{(2x^2+5)^2}}{8} + c$

2) Nullstellen sind bei -1, 2 und 4; $A_1=10,67$; $A_2=5,08$; Gesamtfläche $A=15,75$

3b) Die Tangente mit der Formel aus dem Formelheft bestimmen (x und y vertauschen). Dann schauen, um welche Drehkörper es sich handelt und deren Volumen berechnen. Lösung: $V=113,10$

3d) Zuerst die Koordinaten des Punktes P berechnen. Dann damit wieder die Tangentengleichung bilden. Beim Schnitt mit der y-Achse fällt a weg, ist also für die Lösung nicht relevant. Der Schnittpunkt liegt in jedem Fall bei $y=-6$.