

2. Schularbeit 8A.**12. 1. 2007**

1. Gegeben sind eine Parabel in 1. Hauptlage ($y^2 = 2px$) mit $p=4$ und eine Gerade $x = 2$. In den Schnittpunkten von Parabel und Gerade werden die Tangenten gelegt. Das von Parabel, Tangente und x-Achse eingeschlossene Flächenstück rotiert um die x-Achse.
- Begründe an Hand einer Skizze, wieso es egal ist, welchen der beiden Schnittpunkte man zur Berechnung verwendet. [2 Punkte]
 - Berechne das Volumen des Drehkörpers. [8 Punkte]
 - Berechne das Volumen des Drehkörpers, welcher von der Parabel und der gegebenen Geraden begrenzt wird. [1 Punkt]
 - Zeige: Der Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse ist unabhängig von p in der Parabelgleichung. D.h. man kann in diesem Beispiel für p jede beliebige positive Zahl wählen, ohne dass sich der Schnittpunkt ändert. [4 Punkte]
2. Berechne folgende unbestimmten Integrale: [8 Punkte]
- $\int \left(x^2 \left(6 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \right) dx$
 - $\int \frac{4x-3}{2x^2-3x+4} dx$
 - $\int (x \cdot \cos x) dx$
 - $\int \left(\sin x \cdot \frac{x^2}{2} \right) dx$
3. Die Funktion $y = 2x^3 + ax^2 - 8x - 4$ hat bei $x = -2$ eine Nullstelle.
- Berechne die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse zwischen der ersten und letzten Nullstelle von y . [7 Punkte]
 - Skizziere den Graphen (Lineal und Bleistift)! Die Werte müssen nicht genau stimmen, lediglich die Nullstellen sollten an der richtigen Position sein. [1 Punkt]
 - Es gilt $\int_{-2}^2 (2x^3 + ax^2 - 8x - 4) dx = -10,6$ (nachrechnen nicht notwendig!). Wieso entspricht dieser Wert nicht dem Ergebnis aus Aufgabe a)? [2 Punkte]

Wenn du Zeit hast, mach bitte eine Reinschrift!

Insgesamt 32 Punkte	0—15,9 Nicht genügend	16—20,4 Genügend	20,5—25,4 Befriedigend	25,5—29,4 Gut	29,5—32 Sehr gut
------------------------	--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------	---------------------

Einige Lösungen (ohne Gewähr!):

1b) $V = \frac{64}{3}\pi - 16\pi \approx 16,755(E^3)$

2b) $\ln|2x^2 - 3x + 4| + c$ 2c) $\sin x \cdot x + \cos x + c$

3a) $A = 3,656 + 14,323 = 17,979(E^2)$

1. Gegeben sind eine Parabel in 1. Hauptlage ($y^2 = 2px$) mit $p=5$ und eine Gerade $x = 10$. In den Schnittpunkten von Parabel und Gerade werden die Tangenten gelegt. Das von Parabel, Tangenten und x-Achse eingeschlossene Flächenstück rotiert um die x-Achse.

- Begründe an Hand einer Skizze, wieso es egal ist, welchen der beiden Schnittpunkte man zur Berechnung verwendet. [2 Punkte]
- Berechne das Volumen des Drehkörpers. [8 Punkte]
- Berechne das Volumen des Drehkörpers, welcher von der Parabel und der gegebenen Geraden begrenzt wird. [1 Punkt]
- Zeige: Der Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse ist unabhängig von p in der Parabelgleichung. D.h. man kann in diesem Beispiel für p jede beliebige positive Zahl wählen, ohne dass sich der Schnittpunkt ändert. [4 Punkte]

2. Berechne folgende unbestimmten Integrale: [8 Punkte]

- $\int \left(x \cdot (9x - 6 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}) \right) dx$
- $\int \frac{8x-1}{4x^2-x+4} dx$
- $\int (x \cdot \sin x) dx$
- $\int \left(\cos x \cdot \frac{x^2}{2} \right) dx$

3. Die Funktion $y = 2x^3 + ax^2 - 8x + 4$ hat bei $x = -2$ eine Nullstelle.

- Berechne die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse zwischen der ersten und letzten Nullstelle von y . [7 Punkte]
- Skizziere den Graphen (Lineal und Bleistift)! Die Werte müssen nicht genau stimmen, lediglich die Nullstellen sollten an der richtigen Position sein. [1 Punkt]
- Es gilt $\int_{-2}^2 (2x^3 + ax^2 - 8x + 4) dx = 10,6$ (nachrechnen nicht notwendig!). Wieso entspricht dieser Wert nicht dem Ergebnis aus Aufgabe a)? [2 Punkte]

Wenn du Zeit hast, mach bitte eine Reinschrift!

Insgesamt 32 Punkte	0—15,9 Nicht genügend	16—20,4 Genügend	20,5—25,4 Befriedigend	25,5—29,4 Gut	29,5—32 Sehr gut
------------------------	--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------	---------------------

Einige Lösungen (ohne Gewähr!):

$$1b) V = \frac{2000}{3} \pi - 500\pi \approx 523,599(E^3)$$

$$2b) \ln|4x^2 - x + 4| + c \quad 2c) -\cos x \cdot x + \sin x + c$$

$$3a) A = 14,323 + 3,656 = 17,979(E^2)$$