Beispiele aus dem Buch der 7. Klasse

201 Berechne die Ableitungsfunktion **(1)** mit, **(2)** ohne Verwendung der Produktregel!

a) $y = (1-2x)\cdot(3-x+2x^2)$ b) $y = (3x^2-2x+3)\cdot(1-4x)$
c) $y = (3+2x)\cdot(2-x+x^2+3x^3)$ d) $y = (2-x+3x^2-x^3)\cdot(4-3x)$
e) $y = (3-2x)\cdot(3+x)\cdot(4-x/2)$ f) $y = (2-3x)\cdot(5-x)\cdot(x/2+3)$
g) $y = (1+x)\cdot(3-2x)^2$ h) $y = (1-x)\cdot(2-3x)^2$

202 Bilde die Ableitungsfunktion!

a) $y = 3x\cdot\sin x$ b) $y = 4x\cdot\cos x$
c) $y = (1-2x+x^2)\cdot\cos x$ d) $y = (x^2-6x-3)\cdot\sin x$
e) $y = 2x\cdot\sin x\cdot\cos x$ f) $y = x^2\cdot\sin x\cdot\cos x$
g) $y = 3\cdot\sin^2 x$ h) $y = 4\cdot\cos^2 x$

203 Bilde die Ableitungsfunktion von f: $y = \sin 2x$!

204 Formuliere und beweise die Produktregel für $f = f_1\cdot f_2\cdot f_3$ ausführlich!

205 Bilde die Ableitung von $y = (x-2a)\cdot(x-a)\cdot(x+a)\cdot(x+2a)$, $a\in\mathbb{R}$, auf zwei Arten!

Ableiten mit Hilfe der Quotientenregel:

206 Bilde die Ableitung **(1)** mit, **(2)** ohne Verwendung der Quotientenregel!

a) $y = \frac{3}{x^2}$ b) $y = \frac{5}{x^3}$ c) $y = 4\cdot x^{-4}$ d) $y = 3\cdot x^{-5}$

207 Überprüfe mit Hilfe der Quotientenregel, dass die folgende Berechnung der Ableitung mit Hilfe der Potenzregel falsch ist! Begründe!

$$y = \frac{1}{3x-4} \Rightarrow y = (3x-4)^{-1} \Rightarrow y' = -1\cdot(3x-4)^{-2} = -\frac{1}{(3x-4)^2}$$

208 **(1)** Leite mit Hilfe der Quotientenregel ab! **(2)** Vereinfache das Ergebnis!

a) $y = \frac{5}{3x^2-1}$ b) $y = \frac{3}{1-4x^2}$ c) $y = \frac{3x}{1-x}$ d) $y = \frac{5x}{x-1}$
e) $y = \frac{x^2-x+2}{3x^2+2}$ f) $y = \frac{x^2+x-1}{3+2x^2}$ g) $y = \frac{(4x+2)^2}{(3x-1)^2}$ h) $y = \frac{(2x-4)^2}{(2x+3)^2}$

209 Bilde die Ableitungsfunktion **(1)** unmittelbar durch gliedweises Differenzieren, **(2)** nach Zusammenfassen zu einem einzigen Bruch!

a) $y = 3x^3+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}$ b) $y = 2x^2-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^3}$
c) $y = \frac{2}{x}-\frac{3}{1-x}$ d) $y = \frac{4}{x+1}-\frac{3}{x}$
e) $y = \frac{2x}{x^2-4}-\frac{3}{x+2}$ f) $y = \frac{3x}{x^2-9}-\frac{2}{x-3}$
g) $y = 2x^{-1}+3\cdot(2x+3)^{-2}-(3x)^{-3}$ h) $y = 3x^{-2}-4\cdot(x+3)^{-1}+(2x)^{-3}$

210 Gegeben sind die Funktionen $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ und $g: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Untersuche, wo **(1)** f/g, **(2)** g/f differenzierbar ist! Ermittle jeweils die Definitionsmenge und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion!

a) f: $y = 3x-2$, g: $y = x^2-2$ b) f: $y = x^2-3$, g: $y = 4x+1$
c) f: $y = x^3+4x$, g: $y = 9-x^2$ d) f: $y = 16-x^2$, g: $y = 3x-x^3$

214 Bilde die Ableitungsfunktion und vereinfache! Für welche Funktion hat man damit eine Ableitungsformel gefunden?

a) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$ b) $y = \frac{\cos x}{\sin x}$

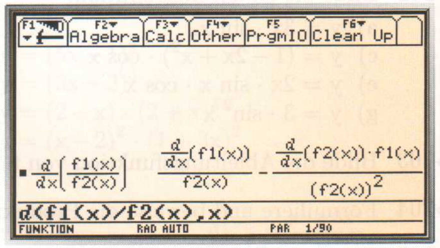

Fig. 2.17

215 Fig. 2.17 zeigt, wie der TI-92 Quotienten allgemein ableitet. Stelle den Zusammenhang mit der von uns verwendeten Quotientenregel her!

216 **(1)** Beweise: Ist f an der Stelle x_0 differenzierbar und $f(x_0)\neq 0$, so ist auch die Funktion $1/f^n$ bei x_0 differenzierbar, und es gilt:

$$\left(\frac{1}{f^n}\right)'(x_0) = -n\cdot\frac{f'(x_0)}{f^{n+1}(x_0)}$$

(2) Rechne mit dieser Formel nach, dass $\left(\frac{1}{\sin^3 x}\right)' = -\frac{3\cdot\cos x}{\sin^4 x}$ ist! Was ist dabei f, was n?

(3) Rechne mit dieser Formel nach, dass $(x^{-3})' = -3\cdot x^{-4}$ ist! Was ist dabei f, was n?

Ableiten mit Hilfe der Kettenregel – Implizites Differenzieren:

217 Bilde die Ableitungsfunktion!

a) $y = \sqrt{3x}-\sqrt[3]{x^2}$ b) $y = \sqrt{x^3}-\sqrt[3]{2x}$
c) $y = \sqrt[4]{3x^3}-\sqrt[3]{2x}+\sqrt{2x^3}$ d) $y = \sqrt[4]{2x}-\sqrt[3]{3x^2}+\sqrt{3x^3}$
e) $y = x^{1/3}-2x^{1/2}+5x^{-1/2}$ f) $y = 3x^{1/3}-x^{1/2}+4x^{-1/2}$
g) $y = (3x)^{-1/2}+2x^{3/5}-(4x)^{-3/4}$ h) $y = (2x)^{-1/3}+3x^{2/5}-(3x)^{-5/4}$

218 Bilde die Ableitungsfunktion **(1)** mit, **(2)** ohne Zuhilfenahme der Kettenregel!

a) $y = (2x-5)^3$ b) $y = (5-4x)^3$ c) $y = (x^2-2x+1)^2$ d) $y = (x^2+3x-4)^2$

219 Bilde die Ableitungsfunktion **(1)** mit, **(2)** ohne Zuhilfenahme der Kettenregel!

a) $y = \left(\frac{2x}{3x-1}\right)^3$ b) $y = \left(\frac{5x}{4x+3}\right)^3$ c) $y = \left(\frac{x^2-3x}{2x+1}\right)^2$ d) $y = \left(\frac{x^2+4x}{3x-4}\right)^2$

220 Bilde die Ableitungsfunktion!

a) $y = (7x-20)^{12}$ b) $y = (5x+17)^{13}$ c) $y = (3x^2-4x)^8$ d) $y = (5x^2+4x)^7$

221 Bilde die Ableitungsfunktion!

a) $y = \sqrt{3x-1}$ b) $y = \sqrt{5x+6}$
c) $y = \sqrt{5x^2+3x-4}$ d) $y = \sqrt{6x^2-4x+5}$
e) $y = \sqrt[3]{5x^2-4x}$ f) $y = \sqrt[3]{3x^2+8x}$
g) $y = \sqrt[4]{x^4-16}$ h) $y = \sqrt[4]{16x^4+1}$

222 Bilde die Ableitungsfunktion **(1)** mit, **(2)** ohne Zuhilfenahme der Produktregel!

a) $y = (3x-2)\cdot\sqrt{3x-2}$ b) $y = (2x+5)\cdot\sqrt{2x+5}$
c) $y = (1-x)\cdot\sqrt[3]{1-x}$ d) $y = (1+x)\cdot\sqrt[3]{1+x}$
e) $y = \sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt[3]{1-x^2}$ f) $y = \sqrt[3]{4-x^2}\cdot\sqrt{4-x^2}$
g) $y = \sqrt[4]{4+4x+x^2}\cdot\sqrt[4]{4+4x+x^2}$ h) $y = \sqrt[4]{x^2-4x+4}\cdot\sqrt[4]{x^2-4x+4}$