

## 3. Schularbeit

## 6B

19. März 2007

**Auf dieser Seite unten stehen wichtige Formeln!**

## 1. Aufgabe: Kontoführung

Fülle die leeren Felder der folgenden Tabelle aus! [8 Punkte]

Habenzinsen: 0,25% p.a. Sollzinsen: 10% p.a. KEST: 25%					
Pos.	Datum	Text	Ein/Aus	Kontostand	Tage
1	1. 7.	Kontostand	_____	1374,20	7
2	7. 7.	Abhebung	-190,20		81
3	26. 9.	Abhebung	-1900,00		5
4	31. 9.	Sollzinsen 10%			10
5	10. 10.	Einzahlung	+2500,00		81
6	31. 12.	Sollzinsen 10%			_____
7	31. 12.	Habenzinsen 0,25%			_____
8	31. 12.	KEST 25%			_____

2. Welchen Betrag muss man mit 35 Jahren auf ein mit 5% p.a. (KESt schon berücksichtigt) verzinstes Sparbuch einzahlen, damit man ab 65 Jahren (also 30 Jahre später) 16 mal je 3000 € jährliche Rente beziehen kann? [5 Punkte]
3. Jemand jekt zur Geburt eines Kindes ein Sparbuch mit 4% Zinsen p.a. (KESt schon berücksichtigt) an und zahlt darauf jedes Jahr 900 € ein. Wieviel Geld hat sich auf diesem Sparbuch angesammelt, wenn das „Kind“ 18 Jahre alt ist? (Anmerkung: Es wurde insgesamt 19 mal eingezahlt, von 0—18) [4 Punkte]
4. Gegeben ist die Folge  $a_n = \frac{n^2 + 2}{2n^2}$  mit  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Untersuche die Monotonie dieser Folge. [4 Punkte]

b) Welchen Grenzwert  $a$  hat die Folge? Bestimme für  $\varepsilon = 0,0001$  den Index  $n$ , ab dem  $|a_n - a| < \varepsilon$  gilt.

Erkläre in einem vollständigen Satz, was dieses Ergebnis bedeutet. [5 Punkte]

5. Nur eine der beiden Reihen ist konvergent. Wie kann man das erkennen? Berechne ihren Grenzwert! [6 Punkte]

$$s_1 = -1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32 - 64 - \dots$$

$$s_2 = 0,1 + 0,01 + 0,001 + 0,0001 + 0,00001 + \dots$$

**Zusatzbeispiel: Eine geometrische Reihe beginnt mit 2 und hat den Faktor  $q = -1$ . Berechne die ersten fünf Glieder dieser Reihe sowie die dazu gehörenden Summen. Berechne sodann durch Einsetzen in die Formel den Grenzwert dieser Reihe. Kannst du erklären, was dieses unsinnige Ergebnis bedeutet?** [4 Punkte]

Insgesamt 32 Punkte	0—15,9 Nicht genügend	16—20,4 Genügend	20,5—25,4 Befriedigend	25,5—29,4 Gut	29,5—32 Sehr gut
------------------------	--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------	---------------------

## FORMELN

Tageweise Verzinsung: $E = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360}\right)$ t...Tage	Geometrische Folge: $b_n = c \cdot q^{n-1}$	Summe der ersten n Glieder einer geometrischen Reihe: $s = \frac{c \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$	Grenzwert einer unendlichen geometrischen Reihe: $s = \frac{c}{1 - q}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

- Einige Lösungen (ohne Gewähr!):** 1) Endbetrag = 1781,29 (immer zu Gunsten der Bank gerundet)  
2) ca. 7900 € (auf Zehner gerundet) — 3) 24904,11 € — 5)  $s = 1/9$

## 3. Schularbeit

6B

19. März 2007

Bitte beachte die Formeln auf dieser Seite unten!

## 1. Aufgabe: Kontoführung

Fülle die leeren Felder der folgenden Tabelle aus! [8 Punkte]

Habenzinsen: 0,25% p.a. Sollzinsen: 10% p.a. KEST: 25%					
Pos.	Datum	Text	Ein/Aus	Kontostand	Tage
1	1. 7.	Kontostand	_____	1374,20	7
2	7. 7.	Abhebung	-190,20		61
3	6. 9.	Abhebung	-1900,00		25
4	31. 9.	Sollzinsen 10%			20
5	20. 10.	Einzahlung	+2500,00		71
6	31. 12.	Sollzinsen 10%			_____
7	31. 12.	Habenzinsen 0,25%			_____
8	31. 12.	KEST 25%			_____

2. Welchen Betrag muss man mit 35 Jahren auf ein mit 4% p.a. (KESt schon berücksichtigt) verzinstes Sparbuch einzahlen, damit man ab 65 Jahren (also 30 Jahre später) 16 mal je 6000 € jährliche Rente beziehen kann? [5 Punkte]
3. Jemand jekt zur Geburt eines Kindes ein Sparbuch mit 3% Zinsen p.a. (KESt schon berücksichtigt) an und zahlt darauf jedes Jahr 1200 € ein. Wieviel Geld hat sich auf diesem Sparbuch angesammelt, wenn das „Kind“ 18 Jahre alt ist? (Anmerkung: Es wurde insgesamt 19 mal eingezahlt, von 0—18) [4 Punkte]
4. Gegeben ist die Folge  $a_n = \frac{n^2 + 1}{4n^2}$  mit  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Untersuche die Monotonie dieser Folge. [4 Punkte]

b) Welchen Grenzwert  $a$  hat die Folge? Bestimme für  $\varepsilon = 0,0001$  den Index  $n$ , ab dem  $|a_n - a| < \varepsilon$  gilt.

Erkläre in einem vollständigen Satz, was dieses Ergebnis bedeutet. [5 Punkte]

5. Nur eine der beiden Reihen ist konvergent. Wie kann man das erkennen? Berechne ihren Grenzwert! [6 Punkte]

$$s_1 = 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + \dots$$

$$s_2 = 0,5 + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots$$

Zusatzbeispiel: Eine geometrische Reihe beginnt mit 1 und hat den Faktor  $q = -1$ . Berechne die ersten fünf Glieder dieser Reihe sowie die dazu gehörenden Summen. Berechne sodann durch Einsetzen in die Formel den Grenzwert dieser Reihe. Kannst du erklären, was dieses unsinnige Ergebnis bedeutet? [4 Punkte]

Insgesamt 32 Punkte	0—15,9 Nicht genügend	16—20,4 Genügend	20,5—25,4 Befriedigend	25,5—29,4 Gut	29,5—32 Sehr gut
------------------------	--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------	---------------------

## FORMELN

Tageweise Verzinsung: $E = K \cdot \left( 1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360} \right)$ t...Tage	Geometrische Folge: $b_n = c \cdot q^{n-1}$	Summe der ersten n Glieder einer geometrischen Reihe: $s = \frac{c \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$	Grenzwert einer unendlichen geometrischen Reihe: $s = \frac{c}{1 - q}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

Einige Lösungen (ohne Gewähr!): 1) Endbetrag = 1776,08 (immer zu Gunsten der Bank gerundet)  
2) ca. 22420 € (auf Zehner gerundet) — 3) 30140,24 € — 5)  $s = 1$