

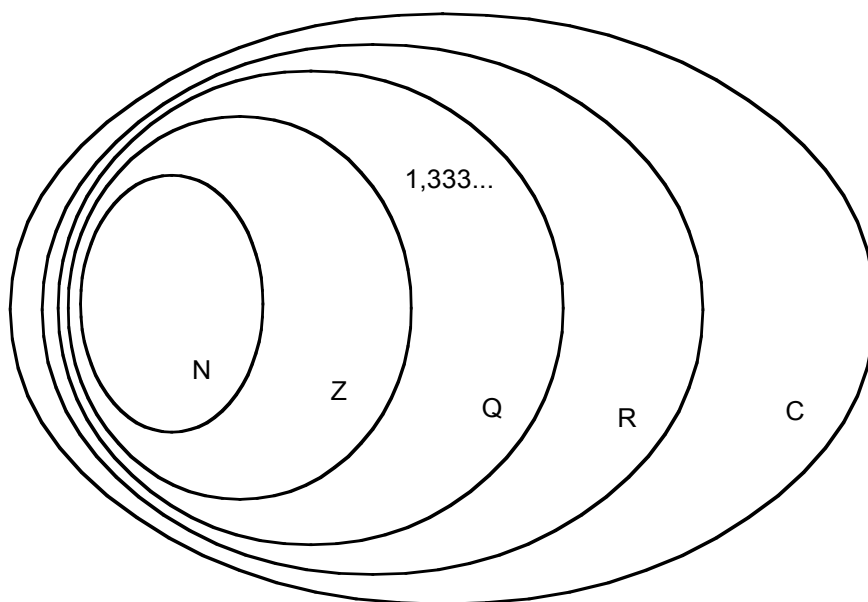
# Aufgaben Zahlbereichserweiterung

C4c

1) Trage die Zahlen an der entsprechenden Stelle in das Mengendiagramm ein.

Beispiel:  $1,3333\dots$  : Diese Zahl ist weder natürlich ( $\notin \mathbb{N}$ ) noch ganz ( $\notin \mathbb{Z}$ ) aber als Bruch darstellbar, d.h. rational ( $4/3 \in \mathbb{Q}$ )

- a)  $-3/2$
- b)  $2$
- c)  $0,\overline{24}$
- d)  $\sqrt{3}$
- e)  $3+i$
- f)  $\pi$
- g)  $\sqrt{16}$
- h)  $\sqrt{-4}$
- i)  $i^2$
- j)  $\sqrt{152399025}$
- k)  $\sqrt{\frac{9}{4}}$
- l)  $0,10110111011110\dots$
- m)  $i^5$



2) Zeige, dass  $\mathbb{Z}$  eine Teilmenge von  $\mathbb{Q}$  ist:  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$  (d.h. jede ganze Zahl kann auch als Bruch  $a/b$  geschrieben werden)

3) Zeige, dass  $\mathbb{R}$  eine Teilmenge von  $\mathbb{C}$  ist:  $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$  (d.h. jede reelle Zahl kann in der Form  $\dots$  geschrieben werden)

Lösungen:

- a)  $-3/2 \in \mathbb{Q}$
- b)  $2 \in \mathbb{N}$
- c)  $0,\overline{24} = 0,24242424\dots = 24/99 \in \mathbb{Q}$
- d)  $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$  (irrational)
- e)  $3+i \in \mathbb{C}$  (wovon reden wir die ganze Zeit...)
- f)  $\pi \in \mathbb{R}$
- g)  $\sqrt{16} = 4 \in \mathbb{N}$
- h)  $\sqrt{-4} = 2i$  (oder  $-2i$  ?), auf alle Fälle aber bestenfalls  $\in \mathbb{C}$
- i)  $i^2 = -1 \in \mathbb{Z}$
- j)  $\sqrt{152399025} \in \mathbb{N}$  (nachrechnen!)

k)  $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$

l)  $0,10110111011110\dots$  ist unendlich nicht periodisch (wieso?), daher irrational, also  $\in \mathbb{R}$

m)  $i^5 = i^2 \cdot i^2 \cdot i = (-1) \cdot (-1) \cdot i = 1 \cdot i = i \in \mathbb{C}$

2)  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{x}{1} \in \mathbb{Q} = \{a/b \mid a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0\}$ , weil  $a = x \in \mathbb{Z}$  und  $b = 1 \in \mathbb{Z} \neq 0$

3)  $a \in \mathbb{R} \Rightarrow a = a + 0 \cdot i \in \mathbb{C} = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$ , weil  $a \in \mathbb{R}$  und  $b = 0 \in \mathbb{R}$ .

