

Die komplexen Zahlen

C3

Gegeben sei die Gleichung $x^2 - 8x + 20 = 0$

Mit der bekannten Lösungsmethode („kleine Lösungsformel“) und $i^2 = -1$ erhält man für die bisher unlösbare Gleichung nun

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 20}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{-4} \quad \text{mit Hilfe von } \sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{4} \cdot i = 2i \text{ also}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm 2i$$

also die zwei Lösungen $x_1 = 4 + 2i$ und $x_2 = 4 - 2i$

Zahlen der Form $4+2i$ oder $4 - 2i$ nennt man **Komplexe Zahlen**:

Zahlen der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $i^2 = -1$ nennt man **komplexe Zahlen**. a heißt **Realteil (Re(z))**, b heißt **Imaginärteil (Im(z))** der komplexen Zahl $z = a+bi$. Die Menge aller komplexen Zahlen bezeichnet man mit **C**.

$$\mathbb{C} = \{a+bi / a, b \in \mathbb{R} \text{ und } i^2 = -1\}$$

Aufgaben:

1) Gib den Real- und den Imaginärteil und der komplexen Zahl z an: a) $3 + 2i$ b) $5 - 2i$ c) $-2,5 - i$ d) i

2) Gib weitere 10 komplexe Zahlen an.

3) Welche Zahlen erhält man, wenn a) der Realteil gleich 0 b) der Imaginärteil = 0 ist?

4) Schreibe als komplexe Zahl: a) $4i$ b) -3

.....

Lösungen:

1) a) $a = 3, b = 2$ b) $a = 5, b = -2$ c) $a = -2,5; b = -1$ d) $a = 0, b = 1$

2) z.B.: $3+2i$; $-2 - i$; $3/5 + i/5$; $5 (=5+0i)$; u.s.w

3) a) $0 + bi = bi \implies$ **imaginäre Zahlen** b) $a + 0i = a \implies$ **reelle Zahlen** (weil $a \in \mathbb{R}$)

4) a) $0 + 4i$ b) $-3 + 0i$