

# Einige Aufgaben zu Exponentialfunktionen

1. Ein Kapital von 500 € wird zu 5% verzinst. Der Zins wird jeweils zu Kapital geschlagen.

- Auf welchen Betrag wächst das Kapital in 10 Jahren? [814,45]
- Wie viele € muss man auf ein Sparkonto einzahlen, wenn es in 20 Jahren durch Zinseszins auf 2000 € angewachsen soll? ( $p=5\%$ ) [753,80]
- Wie lange dauert es, bis sich ein Kapital von Fr. 1000 € bei 4.5% verdoppelt hat? [15,7 Jahre]
- Ein Kapital von 3600 € wächst in 12 Jahren auf 5000 €. Zu wie viel Prozent wurde es verzinst? [2,78%]

2. Die Individuenzahl einer Bakterienkultur, die exponentiell wächst, verdreifacht sich alle 2 Stunden. Um 9 Uhr waren es 3600 Individuen. Berechnen Sie die Individuenzahl um 12 Uhr und um 7.30 Uhr desselben Tages. [18700; 1580]

3. Ein Fass enthält 100 Liter Alkohol. Täglich wird dem Fass ein Liter entnommen und durch Wasser ersetzt. Nach wie vielen Tagen ist die Alkoholkonzentration erstmals unter 55%? [Nach 60 Tagen]

4. Der Zerfallsprozess von radioaktivem Uran 239 wird stündlich gemessen. Am Anfang waren  $8,1920 \cdot 10^{22}$  radioaktive Atomkerne vorhanden, die folgenden Werte waren  $R(1) = 1,0235 \cdot 10^{22}$ ,  $R(2) = 1,2790 \cdot 10^{21}$ ,  $R(3) = 1,6000 \cdot 10^{20}$  und  $R(4) = 2,0000 \cdot 10^{19}$ . Dabei bedeutet  $R(t)$  jeweils den Wert nach  $t$  Stunden.

a) Weisen Sie nach, dass der Zerfall annähernd exponentiell verläuft und berechnen Sie aus den Werten für  $R_0$  und  $R(4)$  die Zerfallskonstante  $k$  in der Formel  $R(t) = R_0 \cdot e^{-kt}$  auf 5 Dezimalstellen genau! [-2,07944]

b) Berechnen Sie die Halbwertszeit von Uran 239! [1/3h = 20min]

5. Eine Strahlung wird nach durchdringen einer Schicht von 10 mm Dicke auf 80% des ursprünglichen Werts abgeschwächt.

Bei welcher Schichtdicke ist

- eine Abschwächung auf 20%
- eine Abschwächung auf 50% des ursprünglichen Werts zu erwarten?
- Wie viel Prozent der Strahlung werden in einer 10 cm dicken Schicht absorbiert? [72,13 mm; 31,06 mm; 10,74%]

6. In einem Wald wurde im Laufe von 15 Jahren kein Holz gefällt, sodass sich der Bestand seit Beginn des Jahres 1988 um 60% auf 48 000 m<sup>3</sup> Holz vergrößern konnte.

- Stellen Sie das Wachstumsgesetz für diesen Waldbestand unter der Voraussetzung exponentiellen Wachstums auf.
- Berechnen Sie den Bestand zu Beginn des Jahres 2013.  
In welchem Jahr wird dieser wieder erreicht werden, wenn im Jahr 2016 insgesamt 20 000 m<sup>3</sup> Holz gefällt werden? [65 663 m<sup>3</sup>; 2023]

7. Bei Atombombenversuchen wird radioaktives Kobalt freigesetzt, das krebserregend ist. Seine Halbwertszeit  $\tau$  beträgt 5,3 Jahre. In den 60er Jahren wurden sehr viele Atombombentests in der Atmosphäre durchgeführt.

- Bestimmen Sie das Zerfallsgesetz für das radioaktive Kobalt.
- Wieviel Prozent des damals freigesetzten radioaktiven Kobalts ist auch nach 30 Jahren noch „strahlend“?
- Berechnen Sie die Zerfallsgeschwindigkeit von 1kg Kobalt nach 30 Jahren.
- Skizzieren Sie die Abnahme in einem Graphen (Zerfallskurve).  
[ y-Achse: 100% = 10 cm; x-Achse : wählen Sie einen eigenen Maßstab ]

$$[a] \quad n(t) = n(0) \cdot e^{-0,131t} \quad b) \quad 1,98 \% \quad c) \quad n'(30) = 0,0026a^{-1}$$

8. Im Jahr 1986 kam es zu einer folgenschweren Reaktorkatastrophe im Atomkraftwerk von Tschernobyl/Ukraine. Auch Österreich wurde durch radioaktiven Fallout verseucht, wobei unter anderem Caesium 137 auftrat.

Die Halbwertszeit von Caesium 137 beträgt etwa 30 Jahre.

Wieviel Prozent der Ausgangsmasse von Caesium 137 sind seit dem Unfall zerfallen?  
Wie lange dauert es, bis nur mehr 10% der Anfangsmasse vorhanden sind? [99,7 a]