19. Schulübung

Partielle Integration (Umkehrung der Produktregel)

Geg: f mit Stammfunktion F

g mit Ableitung g'

$$(F\cdot g)' = F'g + Fg' = fg + Fg' \quad | -Fg'$$

$$(Fg)' - Fg' = fg \quad | \leftrightarrows$$

$$fg = (Fg)' - Fg' \quad | \int$$

bleibt   Ableitung

$$\boxed{\int f\cdot g = F\cdot g - \int F\cdot g'}$$

Stammf.   bleibt

•) $\int \underset{f}{e^x}\cdot \underset{g}{x}\,dx = e^x\cdot x - \int e^x\cdot 1\,dx = e^x\cdot x - e^x = \underline{\underline{e^x(x-1)}}$

Anders: $\int x\cdot e^x\,dx = \frac{x^2}{2}e^x - \int \frac{x^2}{2}\cdot e^x\,dx \rightarrow$ geht nicht!

> f muss integrierbar sein.
> g muss bei Ableitung „einfacher" werden.

•) $\int 6x^2\cdot \ln x\,dx = 2x^3\cdot \ln x - \int 2x^{\cancel{3}\,2}\cdot \frac{1}{\cancel{x}}\,dx = \underline{\underline{2x^3\ln x - \frac{2x^3}{3}}}$

•) $\int \left(-\overset{g}{x^2}\cdot \overset{f}{\cos x}\right)dx = \sin x\cdot(-x^2) - \int \sin x\cdot(-2x)\,dx =$

$= -x^2\sin x + 2\int \sin x\cdot x\,dx = -x^2\sin x + 2\left(-\cos x\cdot x - \int -\cos x\cdot 1\,dx\right) =$

$= -x^2\sin x + 2\left(-\cos x\cdot x - (-\sin x)\right) =$

$= \underline{\underline{-x^2\cdot\sin x - 2x\cdot\cos x + 2\sin x}}$