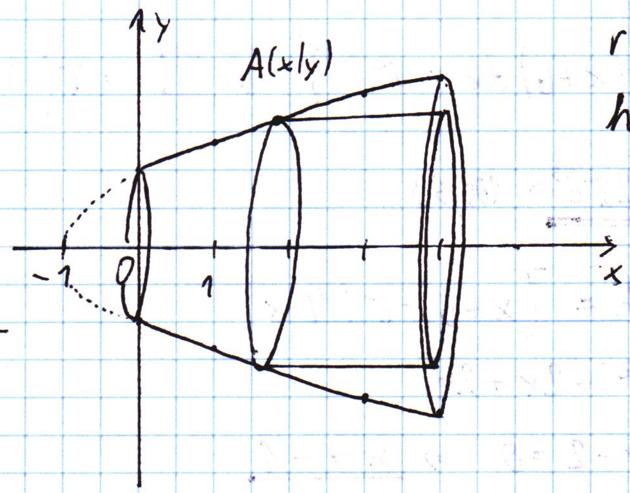
5. Hausübung

$y^2 = x + 1 \rightarrow NB$



$r = y$

$h = 4 - x$

$V_{\square} = \pi \int_0^4 (x+1)\,dx =$

$= \pi \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^4 = (8+4) \cdot \pi$

$\underline{\underline{V_{\square} = 12\pi E^3}} \approx 37{,}70$

$V(x,y) = y^2 \pi (4 - x)$

$\bar{V}(x) = (x+1)(4-x) = 4 + 3x - x^2$

$\bar{V}'(x) = 3 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1{,}5 \rightarrow \underline{\underline{h = 2{,}5}}$

$y^2 = x + 1 = 2{,}5 \rightarrow \underline{\underline{r = \sqrt{2{,}5}}}$

$V_{\square} = r^2 \pi h = 2{,}5 \cdot \pi \cdot 2{,}5$

$\underline{V_{\square} = 6{,}25\pi\, E^3} \approx 19{,}63$

$p\% = \frac{625\pi}{12\pi} = 52{,}08\dot{3}$

Der Zylinder nimmt etwa 52,1% des Volumens des Paraboloids ein.

$y^2 = x + 6 \quad \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+6}$

$V_{Par} = \pi \int_0^4 (x+6)\, dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_0^4 = \pi (32 - 0)$

$\underline{\underline{V_{Par} = 32\pi E^3}} \approx 100,53$

$V_z = r^2 \pi h = (x+6) \cdot \pi (4-x)$

$\bar{V}_z = -x^2 - 2x + 24$

$\bar{V}_z' = -2x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \underline{x = -1}$

Die Lösung liegt außerhalb des gültigen Bereichs von $[0;4]$, die nächste gültige Lösung ist $\underline{\underline{x = 0}}$ (Randextremum).

$x = 0 \Rightarrow V_z = 6 \cdot \pi \cdot 4 = \underline{\underline{24\pi}} E^3 \approx 75,40$

$p\% = \frac{2400\pi}{32\pi} = 75\%$

Der Zylinder nimmt $3/4$ des Volumens des Paraboloids ein.