

21. Schulübung

Weitere Ableitungsregeln

1) $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ geht auch bei $n \in \mathbb{R}$

↳ z.B. $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$
 $f'(x) = -2 \cdot x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

↳ z.B. $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
 $f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

2) Winkelfunktionen: $\sin' = \cos$
 $\cos' = -\sin$

3) $(e^x)' = e^x$

4) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$f(x) = \sin(3x)$

$f'(x) = \cos(3x) \cdot 3$

$f(x) = \cos(-x)$

$f'(x) = -\sin(-x) \cdot (-1) = \sin(-x)$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 8} = (x^2 - 8)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 8)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = \frac{x}{(x^2 - 8)^{\frac{1}{2}}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 8}}$

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Formelhaft!

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = a^x = e^{\ln a^x} = (\text{Trick: } e^x \text{ und } \ln x \text{ heben sich auf})$$

$$= e^{x \cdot \ln a}$$

$$f'(x) = e^{x \cdot \ln a} \cdot \ln a = e^{\ln a^x} \cdot \ln a = \underline{a^x \cdot \ln a}$$

Formelhaft!

Kurvendiskuss.) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} \quad D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot e^{-x} - x^2 e^{-x}}{(e^x)^2} = \frac{e^{-x}(2x - x^2)}{(e^x)^2} = \frac{2x - x^2}{e^x}$$

$$f''(x) = \frac{(2-2x)e^{-x} - (2x-x^2) \cdot e^{-x}}{(e^x)^2} = \frac{2-2x-2x+x^2}{e^x}$$

$$f''(x) = \frac{2-4x+x^2}{e^x}$$

$$N: \frac{x^2}{e^x} = 0 \quad | \cdot e^x$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$E: \frac{2x-x^2}{e^x} = 0 \quad | \cdot e^x$$

$$2x - x^2 = 0$$

$$x \cdot (2-x) = 0$$

$$/ \quad \quad \quad |$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$$

$$N = (0|0)$$

$$T = (0|0)$$

$$H = (2|0,54)$$

$$W_1 = (0,53|0,19)$$

$$W_2 = (3,14|0,38)$$

$$f''(0) = 2 \rightarrow \text{Min}$$

$$f''(2) = -0,27 \rightarrow \text{Max}$$

$$W: x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\frac{4-2}{1}}$$

$$x_1 \approx 0,59$$

$$x_2 \approx 3,41$$

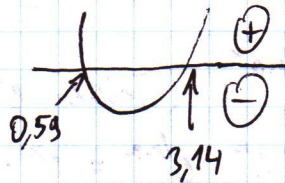
$$x_2 \approx 3,14$$

$$y_2 \approx 0,38$$

Krümmung: das Vorzeichen von $f''(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{e^x}$ ist wichtig!

e^x ist immer > 0

$x^2 - 4x + 2$ ist



$\Rightarrow x \in]0,59; 3,14[\dots$ negativ \Rightarrow Rechtskrümmung

$x < 0,59 \vee x > 3,14 \dots$ positiv \Rightarrow Linkskrümmung

4.107 e)

M. Frankenstein - Maßstab in cm: 1:1

