19. Schulübung

Folgende Begriffe sind identisch:

•) Ableitung an der Stelle x
•) Steigung — " —
•) Differentialquotient $\frac{df}{dx}$ an der Stelle x
•) Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t
(Geschwindigkeit = Ableitung des Weges !)

Def: Unter der Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$ versteht man den Ausdruck $\lim\limits_{z \to x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$

Beweise: $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{z^3 - x^3}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{(z-x)(z^2+zx+x^2)}{z-x} =$$

$$= \lim_{z \to x} (z^2+zx+x^2) = \underset{\text{(z wird zu x)}}{x^2+x^2+x^2} = \underline{3x^2} \quad \square$$

Anwendungen aus der Physik

153) Intervall = Differenzenquotient

a) $s = 7t^2$, $[0;10)$

$$\bar{v} = \frac{7 \cdot 10^2 - 7 \cdot 0^2}{10-0} = \frac{700}{10} = \underline{\underline{70\,km/h}}$$ (Voraussetzung: s in km, t in h)

b) $s = 3t^2$, $[0;20]$

$$\bar{v} = \frac{3 \cdot 20^2 - 3 \cdot 0^2}{20-0} = \frac{1200}{20} = \underline{\underline{60\,km/h}}$$

154 a) $s = 3t^2$ $[1;5]$ $[1;4]$ $[1;3]$ $[1;2]$

$\bar{v}_1 = \frac{3 \cdot 25 - 3}{4} = 18\,km/h$

$\bar{v}_2 = \frac{3 \cdot 16 - 3}{3} = 15\,km/h$

$\bar{v}_3 = \frac{3 \cdot 9 - 3}{2} = 12\,km/h$

$\bar{v}_4 = \frac{3 \cdot 4 - 3}{1} = 9\,km/h$

$v_0 \overset{?}{=} 6\,km/h$

155 b) $s = 3t^2 + 5 \quad t_0 = 10$

$v = s' = 6t \qquad v_0 = s'(10) = \underline{\underline{60\,km/h}}$

157 d) $s = t\cdot(t+2) = t^2 + 2t \quad t_0 = 2$

Gleichförmige Bewegung = Gerade $y = kx + d$ bzw. $s = kt + d$

k = Steigung = 1. Ableitung:

$s' = 2t + 2 \quad s'(2) = 6 \Rightarrow k = 6 \Rightarrow \underline{s = 6t + d}$

Es fehlt noch d!

Bei $\underline{t = 2}$ ist $\underline{s} = 2\cdot(2+2) = \underline{8}$ (Angabe!) $\rightarrow$ einsetzen:

$8 = 6\cdot 2 + d \Rightarrow d = -4$

$\underline{\underline{s = 6t - 4}}$

163 a) $s = \frac{9{,}81}{2}\cdot t^2 \cdot \sin 15°$

Ges: Geschwindigkeit nach $s = 10\,m$

$\Rightarrow$ Lösung: $s = 10 \quad t = ?$

$10 = \frac{9{,}81}{2}\cdot t^2 \cdot \sin 15° \quad \Big|\cdot \frac{2}{9{,}81} \quad : \sin 15°$

$\frac{10\cdot 2}{9{,}81\cdot \sin 15°} = t^2 \qquad |\sqrt{}$

$t = \sqrt{\frac{20}{9{,}81\cdot \sin 15°}} \approx 2{,}8$

$\rightarrow v = s' = \frac{9{,}81}{2}\cdot 2t \cdot \sin 15° = 9{,}81t\cdot \sin 15°$

$s'(2{,}8) = 7{,}1\,m/s = 7{,}1\cdot 3{,}6\,km/h = \underline{\underline{25{,}7\,km/h}}$